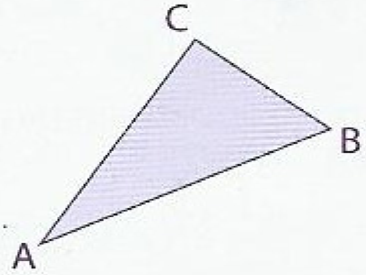
Page 204 , 205 et 206

1 ABC est le triangle ci-contre.

a) La translation qui transforme A en B, transforme C en D.
Faire la figure et construire le point D.

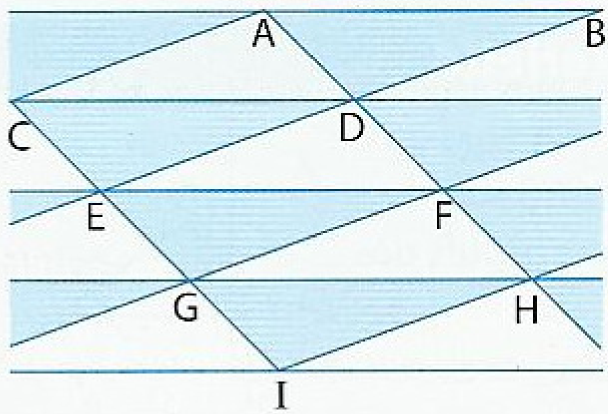


b) La translation qui transforme A en C, transforme B en E. Construire le point E.

Rep

a) Facile
b) On peut dire que le quadrilatère ACEB est un parallélogramme.

2 La figure ci-dessous est constituée de parallélogrammes.



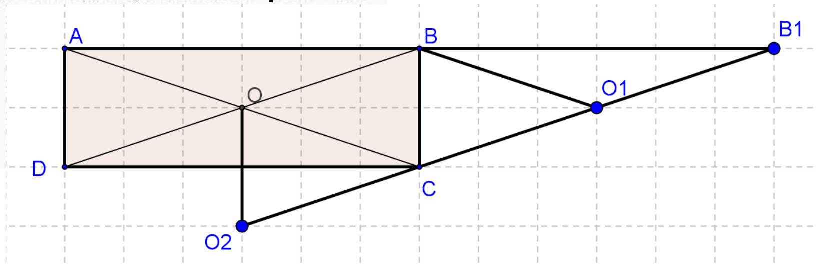
Déterminer le transformé de chacun des points A et E par la translation de vecteur :

a) $\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{GI}$ **c)** $\overrightarrow{DH}$

Rep

a) $t_{\overrightarrow{AB}}(A)= B$ $t_{\overrightarrow{AB}}(E)=F$ b) $t_{\overrightarrow{GI}}(A)=D$ $t_{\overrightarrow{GI}}(E)=G$ c) $t_{\overrightarrow{DH}}(A)=F$ $t_{\overrightarrow{DH}}(E)=I$

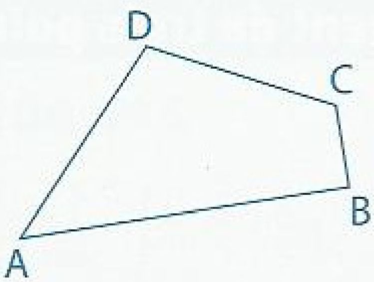
3 ABCD est un rectangle de centre O.
Représenter les transformés des points A, B et O par la translation de vecteur :
a) $\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{AD}$



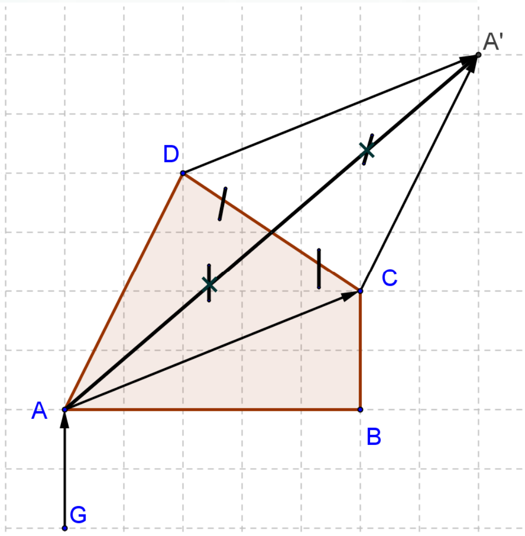
Rep

a) $t_{\overrightarrow{AB}}(A) = B$ $t_{\overrightarrow{AB}}(B)=B_1$ $t_{\overrightarrow{AB}}(O) = O_1$
b) $t_{\overrightarrow{AD}}(A)=D$ $t_{\overrightarrow{AD}}(B)=C$ $t_{\overrightarrow{AD}}(O)= O_2$
c) $t_{\overrightarrow{OC}}(A)= O$ $t_{\overrightarrow{OC}}(B) = O_1$ $t_{\overrightarrow{OC}}(O)=C$

4 ABCD est le quadrilatère ci-contre.
Faire la figure, puis construire :
a) le représentant d'origine D du vecteur $\overrightarrow{AC}$, en utilisant les milieux ;
b) le représentant d'extrémité A du vecteur $\overrightarrow{BC}$, en utilisant le compas.



Rep



5 Dire pour chaque affirmation, si elle est vraie ou fausse.

1. ABCD est un parallélogramme.

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **b)** $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ **c)** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

2. La translation qui transforme E en F, transforme aussi G en H.

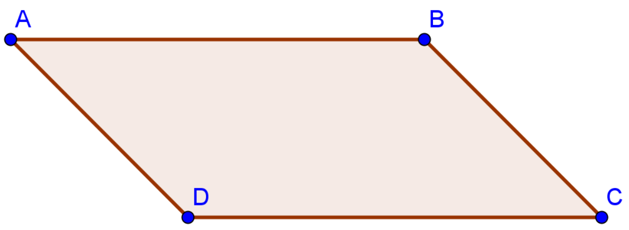
a) EFGH est un parallélogramme.

b) $[EG]$ et $[FH]$ ont même milieu.

c) $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{GH}$.

Rep

1.
   - a) Fausse
   - b) Vraie
   - c) Fausse
2.
   - a) fausse
   - b)Fausse
   - c)Vraie



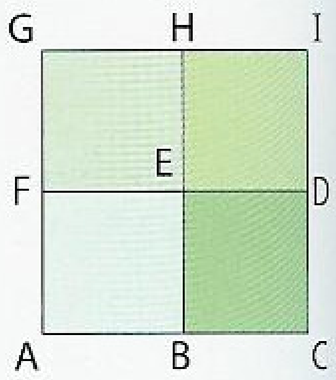
6 La figure ci-contre est constituée de carrés.

Déterminer le représentant d'origine :

a) F du vecteur $\overrightarrow{AB}$;

b) E du vecteur $\overrightarrow{BD}$;

c) D du vecteur $\overrightarrow{HF}$.

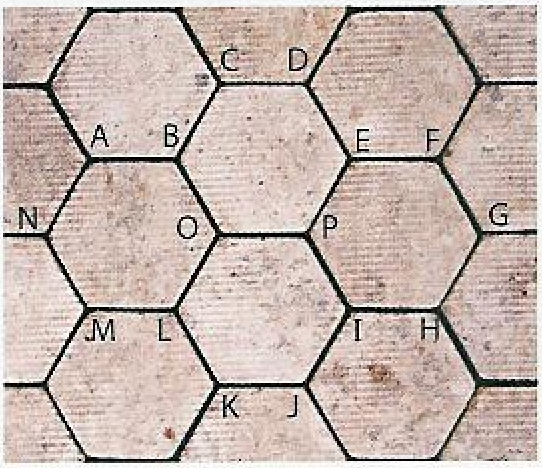


Rep

a) $\overrightarrow{FE}$ b) $\overrightarrow{EI}$ c) $\overrightarrow{DB}$

Page 204 , 205 et 206

7 La figure ci-dessous est un assemblage d'hexagones réguliers.



a) Citer deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{LF}$.
b) Citer deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{IJ}$.

Rep

a) $\overrightarrow{ND} = \overrightarrow{KG}$
b) $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{OL} = \overrightarrow{AN}$

8 ABCD et ABEF sont deux parallélogrammes. Démontrer que CDFE est un parallélogramme.

➤ ***Conseil :*** *se reporter à l'exercice résolu 2, page 197.*

ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

ABEF est un parallélogramme donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EF}$

On déduit que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{EF}$

Donc DCFE est un parallélogramme

9 ABCD est un parallélogramme.
I est le symétrique de B par rapport à A et J est le symétrique de D par rapport à C.
Démontrer que AICJ est un parallélogramme.

Page 204 , 205 et 206

I est le symétrique de B par rapport à A donc

$$\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{AB}$$

J est symétrique de D par rapport à C donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CJ}$

Puisque ABCD est un parallélogramme donc $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

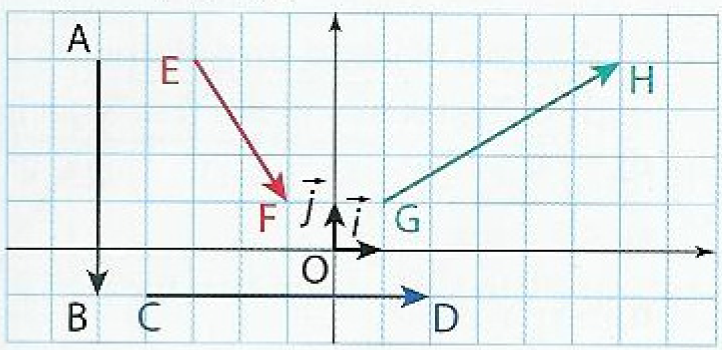
On peut déduire que alors que $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{CJ}$ et par suite IAJC est un parallélogramme.

10 ABC est un triangle.
E et F sont les points tels que $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{FB} = \overrightarrow{BC}$.
Quelle est la nature du quadrilatère AEBF ?

Même démonstration que l'exercice 9

On déduit que AEBF est un parallélogramme.

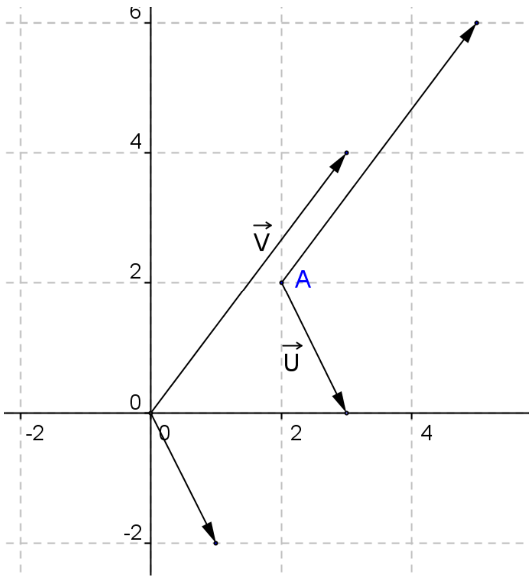
12 Lire les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{GH}$ dans le repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ ci-dessous.



Rep

$\overrightarrow{AB}\binom{0}{-5}$ $\overrightarrow{CD}\binom{6}{0}$ $\overrightarrow{EF}\binom{2}{-3}$ $\overrightarrow{GH}\binom{5}{3}$

13 Dans un repère, représenter les vecteurs $\vec{u}(1 ; -2)$ et $\vec{v}(3 ; 4)$:
a) avec pour origine le point O ;
b) avec pour origine le point A(2 ; 2).



14 Dans un repère, on donne les points :

A(1 ; 2), B(−1 ; 3) et C(4 ; 6).

Calculer les coordonnées des vecteurs :

- $\overrightarrow{AB}$
- $\overrightarrow{BA}$
- $\overrightarrow{AC}$
- $\overrightarrow{BC}$

Rep

$\overrightarrow{AB}(-2;1)$ $\overrightarrow{BA}(2;-1)$ $\overrightarrow{AC}(3;4)$ $\overrightarrow{BC}(5;3)$

15 Dans un repère, on donne $\vec{u}(2;3)$ et A(−1 ; 4).

Calculer les coordonnées du point B qui vérifie $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.

Rep on pose B(x;y) donc $\overrightarrow{AB}(x-(-1);y-4) = \vec{u}(2;3)$ donc $\begin{cases} x+1=2 \\ y-4=3 \end{cases}$ donc B(1;7).

<u>*Page 204 , 205 et 206*</u>

16 Dans un repère, on donne les points :
$A(-2\,;2)$, $B(1\,;-3)$, $C(9\,;-1)$ et $D(6\,;4)$.

a) Calculer les coordonnées des vecteurs :
• $\overrightarrow{AB}$ • $\overrightarrow{AD}$ • $\overrightarrow{AC}$ • $\overrightarrow{DC}$

b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

c) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection des diagonales [AC] et [BD] ?

a) $\overrightarrow{AB}(3;-5)$ $\overrightarrow{AD}(8;2)$ $\overrightarrow{AC}(11;-3)$ $\overrightarrow{DC}(3;-5)$

b) $puisque\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}\ donc\ ABCD\ est\ un\ parallélogramme.$

c) $I est\ le\ milieu\ du\ segment\ [AC] donc\ \ I\left(\frac{x_A + x_C}{2}\ ;\frac{y_A + y_C}{2}\right) d'où\ \ I(\frac{9}{2}\ ;\frac{1}{2})$

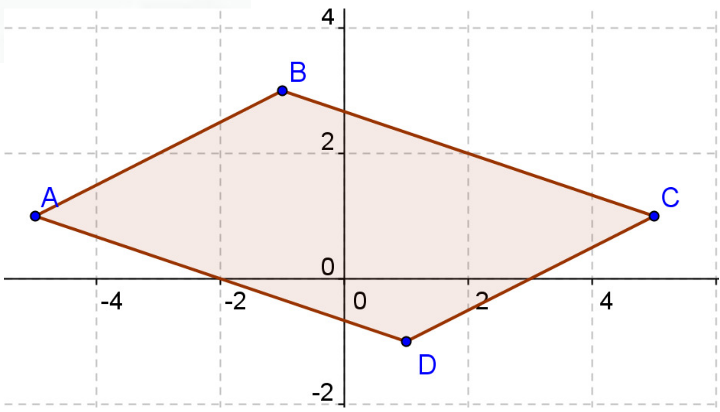
$On\ trouve\ le\ même\ resultat\ si\ on\ utilise\ le\ segmant\ [BD]$

17 Dans un repère, on considère les points :
$A(-5\,;1)$, $B(-1\,;3)$, $C(5\,;1)$ et $D(1\,;-1)$.

a) Placer les points A, B, C, D.

b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.

c) Quelles sont les coordonnées du point d'intersection des diagonales [AC] et [BD] ?



<u>**Rep**</u>

a) $\overrightarrow{AB}(4;2)$ $\overrightarrow{DC}(4;2)$ puisque les deux vecteurs sont égaux on déduit que ABCD est un parallélogramme.

Page 204 , 205 et 206

b) I est le milieu du segment $[AC]$ donc $I\left(\frac{x_A+x_C}{2}\,;\frac{y_A+y_C}{2}\right)$ d'où $I(0\,;1)$

On trouve le même resultat si on utilise le segmant $[BD]$

18 Dans un repère orthonormé, on donne les points :

A(−1 ; 1), B(3 ; 2), C(−2 ; 5) et D(2 ; 6).

émontrer que ABDC est :

un parallélogramme,

un carré.

Rep

$\overrightarrow{AB}(4;1)$ $\overrightarrow{CD}(4;1)$ donc ABDC est un parallélogramme

$\overrightarrow{AD}(3;5)$ $\overrightarrow{BC}(-5;3)$ $\|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{(3)^2+(5)^2}=\sqrt{34}$

$\|\overrightarrow{BC}\| = \sqrt{(-5)^2+(3)^2}=\sqrt{34}$ puisque AD=BC donc ABDC est un carré.

19 Dans un repère, on donne les points :

A(3 ; 3), B(2 ; −1) et C(5 ; 4).

Déterminer les coordonnées du point D tel que :

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

On pose D(x ;y) $\overrightarrow{AD}(x-3;y-3)$ $\overrightarrow{AB}(-1;-4)$ $\overrightarrow{AC}(2;1)$ donc $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})(1;-3)$

$\begin{cases} x-3=1 \\ y-3=-3 \end{cases}$ on déduit que D(4 ;0)

20 Dans un repère, on donne les points :

A(−2 ; 4), B(−3 ; 5) et D(4 ; 6).

Déterminer les coordonnées du point C tel que ABCD soit un parallélogramme des deux façons suivantes :

a) utiliser l'égalité $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$;

b) utiliser l'égalité $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

ABCD est un parallélogramme

$a)$ $on\ pose\ C(x; y)$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ $\quad \overrightarrow{AB}(-1; 1)\ \overrightarrow{DC}(x-4; y-6)$ $\begin{cases} x-4=-1 \\ y-6=1 \end{cases}$ $on\ déduit\ que$ C(3 ;7)

$b)\ \overrightarrow{AB}(-1; 1)\ \ \overrightarrow{AD}(6; 2)\quad (\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})(5; 3)\quad \overrightarrow{AC}(x-(-2); y-4)$

$\begin{cases} x+2=5 \\ y-4=3 \end{cases}$ donc C (3 ;7)

21 Dans un repère, on considère les points :

E(–1 ;–2), F(3 ;–4) et G(4 ;7).

a) Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EG}$.

b) En déduire les coordonnées du point H tel que EFHG soit un parallélogramme.

a) $\overrightarrow{EF}(4; -2)\ \ \overrightarrow{EG}(5; 9)\quad (\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EG})(9; 7)$

b) EFHG est un parallélogramme ssi $\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{EG}=\overrightarrow{EH}$

$\overrightarrow{EH}(x-(-1); y-(-2))$

$\begin{cases} x+1=9 \\ y+2=7 \end{cases}$ donc H (8 ;5)

22 Dans un repère, on considère les points :

A(2 ;–1), B(3 ;4) et C(–5 ;2).

Calculer les coordonnées du point M tel que :

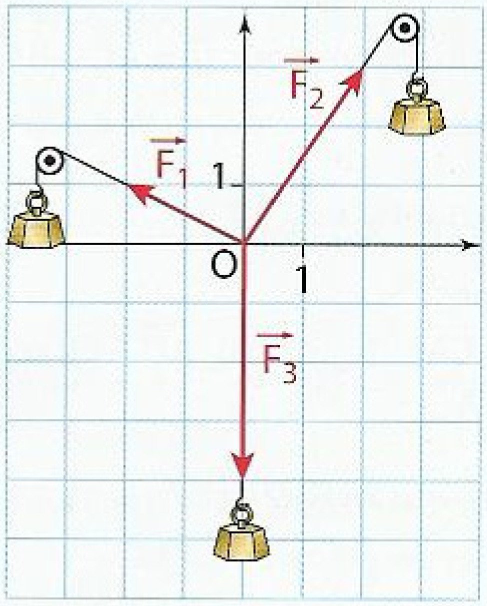
$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$.

$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$ (1)

On pose M(x ;y) donc la relation (1) devient $\begin{cases} 2-x+3-x+(-5)-x=0 \\ -1-y+4-y+2-y=0 \end{cases}$ on déduit que M(0 ;

$$\begin{cases} x=0 \\ y=\frac{5}{2} \end{cases}$$

23 En Physique, une force est représentée par un vecteur. Un système est en équilibre lorsque la somme des forces qui s'exercent sur ce système est égale au vecteur nul $\vec{0}$.



a) Lire les coordonnées des vecteurs $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$.

b) Calculer les coordonnées du vecteur $\vec{F_1} + \vec{F_2}$.

c) Que peut-on en déduire pour ce système ?

a) $\vec{F}_1(-2;1)$ $\vec{F_2}(2;3)$ $\vec{F_3}(0;-4)$

b) $\vec{F}_1(-2;1) + \vec{F_2}(2;3) = (0;4)$

c) $\vec{F}_1(-2;1) + \vec{F_2}(2;3) + \vec{F_3}(0;-4) = \vec{0}$

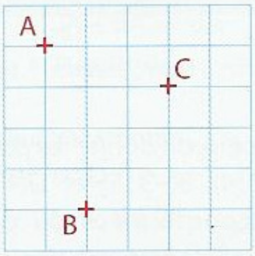
Lorsqu' un corps est en équilibre la somme des forces extérieures est nulle.

24 Reproduire la figure ci-dessous et construire les points D, E, F, définis par les égalités :

a) $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$;

b) $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$;

c) $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}$.



Conseil : se reporter à l'exercice résolu 2, page 201.

25 ABCD est un parallélogramme ; M et N sont les milieux respectifs des côtés [AD] et [BC].
Réprésenter chacun de ces vecteurs. Que constate-t-on ?

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NA}$ **b)** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CM}$

c) $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{AN}$ **d)** $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DN} + \overrightarrow{AD}$

26 En utilisant la relation de Chasles, compléter les égalités suivantes :

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C\bullet}$ **b)** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\bullet E} + \overrightarrow{E\bullet}$

c) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{\bullet M} + \overrightarrow{\bullet N} + \overrightarrow{\bullet\bullet}$ **d)** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$

27 ABCD est un rectangle de centre O.
I, J et K sont les milieux de [AB], [AD] et [BC].
Reproduire et compléter les égalités suivantes :

1. en utilisant la relation de Chasles

a) $\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{J\bullet} + \overrightarrow{O\bullet}$ **b)** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{\bullet I} + \overrightarrow{I\bullet}$ **c)** $\overrightarrow{D\bullet} = \overrightarrow{\bullet K} + \overrightarrow{\bullet C}$

2. en utilisant la règle du parallélogramme

a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A\bullet} = \overrightarrow{AC}$ **b)** $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AI} = \overrightarrow{\bullet\bullet}$ **c)** $\overrightarrow{BK} + \overrightarrow{\bullet\bullet} = \overrightarrow{BD}$

28 ABC est un triangle.
Réduire l'écriture du vecteur $\vec{u} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB}$.

Conseil : se reporter à l'exercice résolu 3, page 201.

29 ABCD est un parallélogramme.
Démontrer que :

a) $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CA}$ **b)** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$

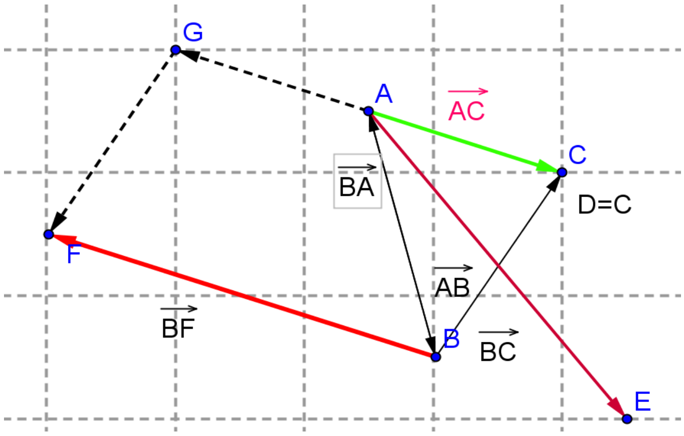
c) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

*Aide : **a)** Utiliser par exemple $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$, puis la relation de Chasles.*
***b)** Utiliser par exemple $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$.*

30 Démontrer que quels que soient les points A, B, C, D et E :

$$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{EB} = \vec{0}.$$

Exercice 24



Exercice 25

a) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{NA} = \vec{0}$

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$

c) $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{AN} = \vec{0}$

d) $\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DN} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$

Exercice 26

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$

b) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EB}$

c) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

d) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$

Exercice 27

1.a) $\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{JO} + \overrightarrow{OI}$ **b)** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC}$

c) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CK} + \overrightarrow{KC}$

2.a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ **b)** $\overrightarrow{AJ} + \overrightarrow{AI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$

c) $\overrightarrow{BK} + \overrightarrow{KD} = \overrightarrow{BD}$

Exercice 28

$$\vec{u} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$$

Exercice 29

Facile à faire il suffit de représenter un parallélogramme.

Exercice 30 laisser au lecteur

Page 204 , 205 et 206

Multiplication d'un vecteur par un réel

31 Déterminer les coordonnées des vecteurs :

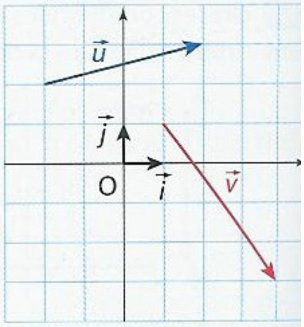
a) $\vec{u}$ **b)** $2\vec{u}$

c) $-3\vec{u}$ **d)** $\frac{1}{4}\vec{u}$

e) $\vec{v}$ **f)** $5\vec{v}$

g) $\frac{2}{3}\vec{v}$ **h)** $-\frac{1}{4}\vec{v}$

i) $4\vec{u}-3\vec{v}$



32 Dans un repère, on donne les points :

A(−2 ; 5), B(1 ; −3) et C(2 ; 2).

Calculer les coordonnées des points D, E, F tels que :

a) $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}$ **b)** $\overrightarrow{BE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ **c)** $2\overrightarrow{FA}=3\overrightarrow{FB}$

33 ABCD est un rectangle de centre O.

a) Placer le point M tel que $\overrightarrow{BM}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

b) Placer le point N tel que $\overrightarrow{ON}=\frac{3}{4}\overrightarrow{CD}$.

Conseil : *se reporter à l'exercice résolu 1, page 203.*

34 [AB] est un segment de longueur 5 cm.

Placer les points C, D, E et F tels que :

a) $\overrightarrow{AC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}$

c) $\overrightarrow{AE}=-\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ **d)** $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

35 A et B sont deux points distincts donnés.

Placer les points M, N, P, Q tels que :

a) $\overrightarrow{AM}=\frac{5}{2}\overrightarrow{AB}$ **b)** $\overrightarrow{NA}=3\overrightarrow{AB}$ **c)** $\overrightarrow{BP}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$

36 [AB] est un segment de longueur 8 cm.

On se propose de construire un point M tel que :

$$\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}.$$

a) Démontrer, en utilisant la relation de Chasles, que l'égalité ci-dessus s'écrit aussi :

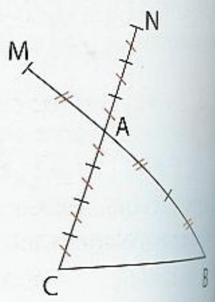
$$4\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{AB}=\vec{0}.$$

b) En déduire l'expression de $\overrightarrow{AM}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et construire le point M.

37 M est le point de la demi-droite [BA) et N est le point de la demi-droite [CA) indiqués sur la figure ci-contre.

a) Déterminer les réels et ' tels que :

$\overrightarrow{AM}=\ \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN}=\ '\overrightarrow{AC}$.



Exercice 31

a) $\vec{u}\binom{4}{1}$ ***b)*** $2\vec{u}\binom{8}{2}$ **c)** $-3\vec{u}\binom{-12}{-3}$

d) $\frac{1}{4}\vec{u}\begin{pmatrix}1\\ \frac{1}{4}\end{pmatrix}$ $e)\vec{v}\binom{3}{-4}$ $f)\ 5\vec{v}\binom{15}{-20}$

g) $\frac{2}{3}\vec{v}\begin{pmatrix}2\\ -\frac{8}{3}\end{pmatrix}$ h) $\frac{-1}{4}\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{-3}{4}\\ 1\end{pmatrix}$

i) $(4\vec{u}-3\vec{v})\binom{-25}{8}$

Exercice 32

a) $D\binom{-1}{10}$ b) $E\begin{pmatrix}\frac{11}{3}\\ -5\end{pmatrix}$ c) $F\binom{7}{13}$

Exercice 33

La suite pour la prochaine fois